

異方的超伝導体接合におけるトンネル効果の理論の 展開

田仲由喜夫* , 浅野泰寛†

平成 17 年 8 月 14 日

1 はじめに

電子間相互作用の強い系を母体として発現する超伝導状態は, 2 つの電子がクーパー対を作る際電子間の斥力を避けるために, 何らかの異方的な超伝導状態となる傾向にある. なぜなら異方的なクーパー対の波動関数は, 対を組む 2 電子が互いに近づいた場合その振幅が小さくなるからである. その反対に等方的な s 波の超伝導状態は, 2 電子が近づいた場合対波動関数の振幅が最大となり, 強い電子間斥力の下で形成されにくい. (s 波とは 2 電子間の相対運動を表す波動関数が s 波対称性になっていることを表している. 即ち相対角運動量の大きさは 0 である.) したがって電子間相互作用の強い系においては, 角運動量の大きさが 0 ではないクーパー対が実現される. 角運動量の大きさが 1 の場合は p 波, また 2 の場合は d 波と呼ばれている. 一方クーパー対のスピン自由度に注目すれば, 異方的超伝導状態が実現される異方的超伝導体は, スピン 1 重項のものとスピン 3 重項のものに大別される. スピン 1 重項としては d 波対称性が広く知られており, 銅酸化物超伝導体, 擬 2 次元有機超伝導体, 重い電子系の Ce 化合物などで実現していると考えられている. 一方スピン 3 重項の超伝導状態は, ^3He で確認されているが, 固体の超伝導体においてその例は多くはない. 今日有力視されているのは Sr_2RuO_4 [1], 擬 1 次元有機超伝導体 $(\text{TMTSF})_2\text{X}$ [2], UPt_3 [3] などである.

s 波超伝導体の準粒子の励起はフェルミ面上いたるところで有限のエネルギーギャップを持つが, 異方的超伝導体の著しい特徴は準粒子の励起エネルギーがフェルミ面上で線状あるいは点状の零点を持つことである [4]. さらに重要なのは, 準粒子の感じるペアポテンシャルの位相 (符号) が準粒子の運動する方向に依存して変化をするということである. そういう意味で異方的超伝導体においては巨視的な位相だけでなく, 超伝導秩序の内部自由度に起因した位相の自由度が存在する. この内部位相自由度が従来の s 波超伝導体では決して期待されない全く新しい物理現象を超伝導接合系において生み出す事を我々は明らかにしてきた [5, 6, 7, 8]. 内部位相自由度が作り出す最も重要な性質は, 異方的超伝導体界面 (表面) に現れるアンドレーエフ共鳴 (束縛) 状態である [9, 10]. アンドレーエフ束縛状態は ^3He の表面の研究で指摘され [9] その後 銅酸化物超伝導体 [110] 表面の

*名古屋大学工学研究科, email: ytanaka@nuap.nagoya-u.ac.jp

†北海道大学工学研究科, email: asano@eng.hokudai.ac.jp

問題で脚光を浴びた [10]. アンドレーエフ共鳴状態はフェルミ面直上に行けるために, ミッドギャップ・アンドレーエフ共鳴状態 (MARS) またはゼロエネルギー状態とも呼ばれ輸送現象に劇的な影響を与える. 多くの異方的超伝導体のトンネル分光で観測されているゼロバイアスコンダクタンスピーク, また異方的超伝導体のジョセフソン接合の低温異常など輸送現象の様々な異常が MARS に起因している [11]. 本特集号の柏谷-井口両氏の解説に示されているように, ジョセフソン電流の異常な温度依存性も実験的に観測されている [12]. これらの輸送現象は主に超伝導体と絶縁体の接合, あるいは不純物のない金属との接合で明らかになった事である. ではポテンシャルの乱れた金属 (拡散伝導領域にある常伝導体) と異方的超伝導体の接合の輸送現象は超伝導の異方性によってどう変更を受けるのか? MARS はどのように輸送現象を変更するのであろうか? この問題に関して最近重要な進展があったので本稿で報告する [13, 14, 15]. 常伝導体/超伝導体接合の輸送現象を特徴付けるのは, クーパー対が常伝導体に侵入する近接効果と呼ばれる現象である. その端的な例は, 常伝導体 (常伝導金属) /絶縁体/ s 波超伝導体接合における全体の抵抗である. 近接効果のために, 接合全体の抵抗は単純に常伝導体の抵抗と絶縁体の抵抗の和にはならない事が知られている. MARS の存在が近接効果という現象を, そして全体の抵抗を劇的に変えてしまう事が後に示される.

本稿では, まず異方的超伝導体を簡単に紹介して, 接合系におけるトンネル効果の実験で観測されるゼロバイアスコンダクタンスピークをいくつか紹介する. 常伝導体/絶縁体/異方的超伝導体接合の電気伝導, 常伝導体における近接効果を議論するために非平衡状態も議論できるケルディッシュ形式のグリーン関数を導入する. 形式が複雑であるがその利点は大きく, 例えば常伝導体中におけるケミカルポテンシャルの空間変化が自然に考慮できる. 超伝導の現象はフェルミエネルギーよりもはるかに小さなスケールで起こるので, 準古典グリーン関数というフェルミ面の周辺自由度以外を捨象した関数を用いるのが有効である. このケルディッシュ形式で書いた準古典グリーン関数は, 常伝導体の中を動き回る電子の位相のコヒーレンスと電気伝導の関係を明快に説明できる. 本稿ではこのような微視的な輸送現象の理論を用いて, いかに MARS が輸送現象に影響を与えるのかを明らかにする.

2 異方的超伝導体と弾道極限の輸送現象

超伝導を特徴付ける最も重要な物理量である秩序変数 (ペアポテンシャル) は, 超伝導体中で準粒子の感じるポテンシャルと見なすことができる. 以下簡単のためにスピン 1 重項の状態とスピン 3 重項の状態でスピンの z 成分が 0 の場合を議論することにする. この様な場合は, ペアポテンシャルは軌道の部分を考えれば, 十分である. 一般にペアポテンシャルは, $\bar{\Delta}(x, x')$ のように対を組む 2 つの電子の座標 x, x' で表される. 一般的な超伝導体においては, 並進対称性を仮定することにより $x - x'$ のみの関数となりさらに, 相対座標 $x - x'$ に関してフーリエ変換した関数 $\Delta(k)$ は一般に波数ベクトル k に依存する. $\Delta(k)$ の k 依存性がない場合が従来 BCS 理論で議論されてきた s 波の超伝導体に対応する. それに対して, 例えば d 波 ($d_{x^2-y^2}$ 波) のペアポテンシャルは, 正方格子上では, $\Delta(k) \propto \cos k_x - \cos k_y$ と表す事が出来る. 以下の議論ではフェルミ面近傍の物理量を問題とする. そこで, フェルミエネルギー E_F は, $|\Delta(k)|$ よりも十分に大きいと考え,

準粒子の感じるペアポテンシャルは、準粒子の進行方向によって決定されるといういわゆる準古典近似という考え方をを用いる。d 波のペアポテンシャルは、フェルミ面上で符号変化して 4 カ所（2 次元では 4 本の線上）でゼロになる特徴がある。簡単のためにフェルミ面が 2 次元的で円筒の形状のとき、クーパ-対は 2 次元面内のフェルミ面近傍の波数ベクトル k と $-k$ の電子から作られているとすれば、ペアポテンシャルは $\Delta(\phi) = \Delta_0 \cos(2\phi)$, $\exp(i\phi) = k_x/|k| + ik_y/|k|$ と表す事が出来る。同様の表示を適用すれば、スピン 3 重項の p 波の場合は $\Delta(\phi) = \Delta_0 \cos(\phi)$, p_y 波の場合は $\Delta(\phi) = \Delta_0 \sin(\phi)$ と表される。バルクの超伝導体の状態密度 $\rho_B(E)$ は、 $\rho_B(E) \propto |E|$ がエネルギーの小さいところで成立してフェルミ準位を底点とする V 字型の状態密度となる。これはフェルミ面上で線上にゼロ点が現れる超伝導体に共通した性質である。

異方的超伝導体ではバルクの状態密度がそのままトンネル効果の実験で観測されるとは限らないことが明らかになっている。詳細はすでに出版されている解説に譲るが [5, 6, 8], アンドレーエフ共鳴状態 (MARS) が異方的超伝導体の表面に発生する事により、トンネルスペクトルが大きく変更を受けてしまうのである。以下 銅酸化物超伝導体で発現する d 波を仮定して、常伝導体/絶縁体/超伝導体 (NIS) 接合系におけるトンネルスペクトルを概観する。ここでは、アンドレーエフ反射 [16] を考慮に入れた、ブロンダー、ティンカム、クラブバイク (BTK) 理論 [17] を異方的超伝導体に拡張した [18] 計算によるコンダクタンスが示されている [6]。式の導出の詳細は参考文献を参照されたい [7]。図 1 の挿入図のように、常伝導体から電子が接合部に角度 ϕ で入射したとき、超伝導体中に透過する電子的準粒子の感じるペアポテンシャル ($\Delta(\phi_+)$) とホールの準粒子の感じるペアポテンシャル ($\Delta(\phi_-)$) は

$$\Delta_{\pm} = \Delta(\phi_{\pm}) = \Delta_0 \cos(2\phi \mp 2\alpha), \quad (1)$$

で与えられる。ここで Δ_0 はペアポテンシャルの最大値である。今簡単のために超伝導体と常伝導体のフェルミエネルギーと有効質量を等しいとすれば、 $\phi_+ = \phi$, $\phi_- = \pi - \phi$ で与えられる。ここで α は結晶の a 軸が界面の垂直ベクトルに対してなす角度である。これら 2 つのペアポテンシャル ($\Delta(\phi_{\pm})$) の符号が異なる場合、接合の超伝導体側に MARS が発生する。その結果トンネルスペクトルは、図 1 のようになる。 $\alpha = 0$ の場合 2 つのペアポテンシャルは一致して常に同じ符号をとる。その結果 MARS は発生せず、バルクで期待される V 字型のスペクトルとなる。一方 $\alpha = \pi/4$ の場合、入射角によらず 2 つのペアポテンシャルは互いに逆符号となる。ゼロバイアスに見られるピークは、MARS の状態密度を反映している。また図 1 から $\alpha = 0$ 以外では必ずゼロバイアスコングダクタンスピークが観測されることがわかる。簡単のためにペアポテンシャルの空間変化が考慮されていない計算結果を示したが、仮に空間変化を考慮に取り入れても本質的な変化がないことが知られている [21]。ここでは銅酸化物超伝導体を念頭に d 波対称性で議論したが、 Sr_2RuO_4 [19], CeCoIn_5 [20], といった超伝導体においても観測されている。これまで超伝導体のトンネル分光は超伝導のペアポテンシャルの大きさのみをみるものとして従来型の超伝導体ではコンセンサスがえられていた。しかし、上記の異方的超伝導体のトンネルスペクトルの理論は、トンネル分光は異方的超伝導体の持つペアポテンシャル (クーパ-対の波動関数) の符号変化を検知しており本質的に位相敏感であることを示している。

図 1 の微分コンダクタンスは、d 波超伝導体が絶縁体を介して電極に直接接触しているとして計

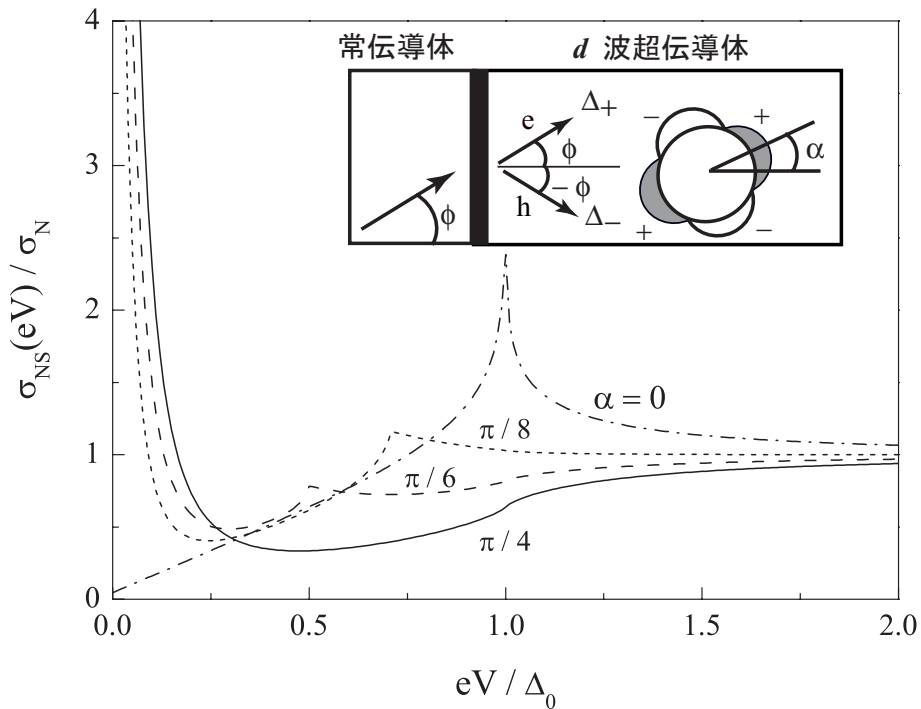


図 1: 常伝導状態のコンダクタンスで規格化したトンネルスペクトル. e は電子的な準粒子, h はホール準粒子. Δ_+ は ϕ 方向に進む電子的準粒子が感じるペアポテンシャル. Δ_- は $\pi - \phi$ 方向に進む電子的 (ホールの) 準粒子の感じるペアポテンシャル.

算された弾道的な場合の計算結果である [6]. ここでは界面の絶縁体から生じる抵抗が全体の抵抗と一致し, 常伝導体は一切不純物を含まないという理想化された場合を考えている. では図 2 上図のように不純物を含む常伝導体が異方的超伝導体に近接した場合は電気抵抗は一体どうなるのであろうか? これを次章で見ることにする.

3 異方的超伝導体の近接効果

超伝導近接効果とは超伝導体に近接した常伝導体にクーパーペアが侵入する効果である. この効果は接合系全体の合成抵抗に重大な影響を与える. 図 2 の上図で常伝導体の不純物を含み電気抵抗を生ずる場合を考える. 常伝導体単体の電気抵抗を R_d , 界面における絶縁体の抵抗を R_b としたとき, 仮に合成抵抗が $R_d + R_b$ になっているのであれば単なるオームの法則に従うわけで, 近接効果の研究を必要としない. ところがすでに従来の s 波超伝導体で知られているように合成抵抗はこれら二つの抵抗の単純な和にはならない. 常伝導体中では電場勾配が発生するため準粒子の分布関数まできちんと決める必要がある. この目的に適した方法がケルディッシュ形式の準古典グリーン関数法である [22]. まずケルディッシュ形式とは何であるのかをごく簡単に説明し [23] 電流との関係を議論する [24]. 以下 $\hbar = 1, k_B = 1$ の単位系を用いることにする.

3.1 ケルディッシュ形式と準古典グリーン関数

超伝導現象を議論するときに使われるゴルコフのグリーン関数を場の演算子 $\Psi_{\uparrow(\downarrow)}(\mathbf{r}, t)$, $\Psi_{\uparrow(\downarrow)}^\dagger(\mathbf{r}, t)$ を用いて定義すると、遅延グリーン関数 $\hat{G}^R(\mathbf{r}_1, t_1, \mathbf{r}_2, t_2)$ 、先進グリーン関数 $\hat{G}^A(\mathbf{r}_1, t_1, \mathbf{r}_2, t_2)$ 、ケルディッシュグリーン関数 $\hat{G}^K(\mathbf{r}_1, t_1, \mathbf{r}_2, t_2)$ が 2 行 2 列 (電子ホール空間) の行列で以下のように表される。

$$\hat{G}^R(\mathbf{r}_1, t_1, \mathbf{r}_2, t_2) = i\hat{\tau}_3\{\hat{G}^>(\mathbf{r}_1, t_1, \mathbf{r}_2, t_2) - \hat{G}^<(\mathbf{r}_1, t_1, \mathbf{r}_2, t_2)\}\Theta(t_1 - t_2), \quad (2)$$

$$\hat{G}^A(\mathbf{r}_1, t_1, \mathbf{r}_2, t_2) = -i\hat{\tau}_3\{\hat{G}^>(\mathbf{r}_1, t_1, \mathbf{r}_2, t_2) - \hat{G}^<(\mathbf{r}_1, t_1, \mathbf{r}_2, t_2)\}\Theta(t_2 - t_1), \quad (3)$$

$$\hat{G}^K(\mathbf{r}_1, t_1, \mathbf{r}_2, t_2) = i\hat{\tau}_3\{\hat{G}^>(\mathbf{r}_1, t_1, \mathbf{r}_2, t_2) + \hat{G}^<(\mathbf{r}_1, t_1, \mathbf{r}_2, t_2)\} \quad (4)$$

$$\hat{G}^>(\mathbf{r}_1, t_1, \mathbf{r}_2, t_2) = \begin{pmatrix} \langle \Psi_{\uparrow}(\mathbf{r}_1, t_1) \Psi_{\uparrow}^\dagger(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle & \langle \Psi_{\uparrow}(\mathbf{r}_1, t_1) \Psi_{\downarrow}(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle \\ \langle \Psi_{\downarrow}^\dagger(\mathbf{r}_1, t_1) \Psi_{\uparrow}^\dagger(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle & \langle \Psi_{\downarrow}^\dagger(\mathbf{r}_1, t_1) \Psi_{\downarrow}(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$\hat{G}^<(\mathbf{r}_1, t_1, \mathbf{r}_2, t_2) = - \begin{pmatrix} \langle \Psi_{\uparrow}^\dagger(\mathbf{r}_2, t_2) \Psi_{\uparrow}(\mathbf{r}_1, t_1) \rangle & \langle \Psi_{\uparrow}^\dagger(\mathbf{r}_2, t_2) \Psi_{\downarrow}^\dagger(\mathbf{r}_1, t_1) \rangle \\ \langle \Psi_{\downarrow}(\mathbf{r}_2, t_2) \Psi_{\uparrow}(\mathbf{r}_1, t_1) \rangle & \langle \Psi_{\downarrow}(\mathbf{r}_2, t_2) \Psi_{\downarrow}^\dagger(\mathbf{r}_1, t_1) \rangle \end{pmatrix}, \quad (6)$$

ここで $\Theta(x)$ は階段関数, $\hat{\tau}_3$ は以下のパウリ行列の第 3 成分である。

$$\hat{\tau}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \hat{\tau}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \hat{\tau}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

以上 3 種類のグリーン関数をまとめて南部ケルディッシュグリーン関数と呼ぶ。それぞれを遅延成分, 先進成分, ケルディッシュ成分と呼ぶことにする。すべて 2 行 2 列の行列である。次にゴルコフグリーン関数の性質を見るために、定常状態を考える。 $t_1 - t_2$ についてフーリエ変換して準粒子エネルギー ε を持つグリーン関数を考える。 ε はケミカルポテンシャル μ から測ったエネルギーで $\varepsilon \ll \mu$ と考える。遅延成分は、

$$\int d\mathbf{r}_3 \hat{H}(\varepsilon, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_3) \hat{G}^R(\varepsilon, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_2) = \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \hat{1}, \quad (8)$$

$$\hat{H}(\varepsilon, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \begin{pmatrix} \left\{ -\varepsilon - \frac{\nabla_1^2}{2m} - \mu \right\} \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) & -\bar{\Delta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\ \bar{\Delta}^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) & \left\{ \varepsilon - \frac{\nabla_1^2}{2m} - \mu \right\} \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \end{pmatrix}. \quad (9)$$

という方程式に従う [23]。 相対座標 $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ と重心座標 $\mathbf{r} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$ を導入し、相対座標をフーリエ変換して、相対運動に対応した運動量 \mathbf{p} および対応する運動エネルギー $\xi_p = p^2/(2m)$ を導入する。ケミカルポテンシャル (ただし電場のない平衡系ではフェルミエネルギー) は超伝導のペアポテンシャル $\bar{\Delta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ の大きさよりは十分に大きいとする。また電子対はフェルミ面近傍の電子からできているものと考え、興味ある物理量はフェルミ面上の電子の運動の方向で記述できると考える。そこで余計なエネルギーの自由度を捨象して次のような準古典グリーン関数を導入する。

$$\hat{g}^R(\varepsilon, \hat{\mathbf{p}}, \mathbf{r}) = \frac{1}{\pi i} \int d\xi_p \hat{G}^R(\varepsilon, \mathbf{p}, \mathbf{r}) \quad (10)$$

ここで $\hat{\mathbf{p}}$ は $\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}_F / |\mathbf{p}_F|$ であたえられる大きさ 1 のベクトルで、電子がフェルミ面上でどちらの方向に運動するかを表す。このグリーン関数はアイレンベルガーによって導入されたもので、次のような 1 階の微分方程式を満たしている [25]。

$$-i\mathbf{v}_F \cdot \nabla \hat{g}^R = [\hat{H}_{qc} + \hat{\Sigma}^R, \hat{g}^R], \quad (11)$$

$$\hat{H}_{qc} = \begin{pmatrix} \varepsilon & \Delta(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{r}) \\ -\Delta^*(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{r}) & -\varepsilon \end{pmatrix}, \quad \hat{\Sigma}^R = \frac{i}{2\tau_{imp}} \langle \hat{g}^R \rangle \quad (12)$$

この方程式の中では不純物散乱による弾性散乱の効果をもルン近似の範囲内で取り入れ τ_{imp} はその寿命とした。また準古典グリーン関数を簡略化して $\hat{g}^R = \hat{g}^R(\varepsilon, \hat{\mathbf{p}}, \mathbf{r})$ と書いてある。超伝導のペアポテンシャルはゴルコフの方程式では一般的に2つの座標に依存する非局所的な関数であったのだが、 $\Delta(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{r})$ という関数に変わっており、異方的な超伝導の記述がはるかに容易になったという点が重要である。即ち、フェルミ面上における準粒子の運動方向だけでペアポテンシャルは決まるのである。上記のグリーン関数の大きさは正規化されていて、 $\hat{g}^R \hat{g}^R = \hat{1}$ という規格化条件を満たす [23, 25]。不純物散乱の影響がとて強くなって、平均自由行程 ℓ が温度 T におけるコヒーレンス長 ξ よりも十分に短いときには ($\tau_{imp} T \ll 1$)、電気伝導は拡散伝導 (Diffusive 極限) により支配される。以下、異方的超伝導体に隣接して常伝導体の中の拡散運動を考える。そのような場合拡散定数を D とすれば、グリーン関数は

$$D\nabla(\hat{g}_0^R \nabla \hat{g}_0^R) + i[\hat{H}_0, \hat{g}_0^R] = 0; \quad \hat{H}_0 = \varepsilon \hat{\tau}_3 \quad (13)$$

で与えられるウサデル方程式に従う [26]。 \hat{g}_0^R は \hat{g}^R を運動方向に関して角度平均することによって得られる量で運動方向依存性はない。準古典近似の説明に関しては、遅延成分を例にとって説明を行ったが、先進成分、ケルディッシュ成分も同様に準古典近似を行うことができる。その結果、アイレンベルガー方程式とウサデル方程式をみたく南部ケルディッシュグリーン関数を3成分それぞれに対して作ることができる [23]。アイレンベルガー方程式における準古典グリーン関数のケルディッシュ成分 \hat{g}^K をもちいることで、電流密度は

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = \frac{eN_0}{4} \int d\varepsilon \int \frac{d\Omega_{\mathbf{p}}}{4\pi} \text{Tr}[\hat{\tau}^3 \hat{g}^K(\varepsilon, \hat{\mathbf{p}}, \mathbf{r})] \quad (14)$$

で与えられる。ここで N_0 は電場が存在しない状態でのフェルミ面の上での状態密度である。また伝導が拡散運動に従うときには電流密度はウサデル方程式におけるグリーン関数の遅延成分 \hat{g}_0^R 、ケルディッシュ成分 \hat{g}_0^K 、先進成分 \hat{g}_0^A を用いることで

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}) = -\frac{eN_0 D}{4} \int d\varepsilon \text{Tr}[\hat{\tau}^3 (\hat{g}_0^R \nabla \hat{g}_0^K + \hat{g}_0^K \nabla \hat{g}_0^A)] \quad (15)$$

と書くことが出来る [24]。以下この一般論を用いて常伝導体 (電気伝導が拡散領域にあるもの)/絶縁体/異方的超伝導体接合の電気伝導を議論する。

3.2 モデルの説明と計算の方針

ここでは図2のような常伝導体/絶縁体/超伝導体の接合を考える。常伝導体の長さ L は一般に平均自由行程 ℓ よりも十分に長いとする。またグリーン関数の空間変化は x 軸方向のみを考えれば十

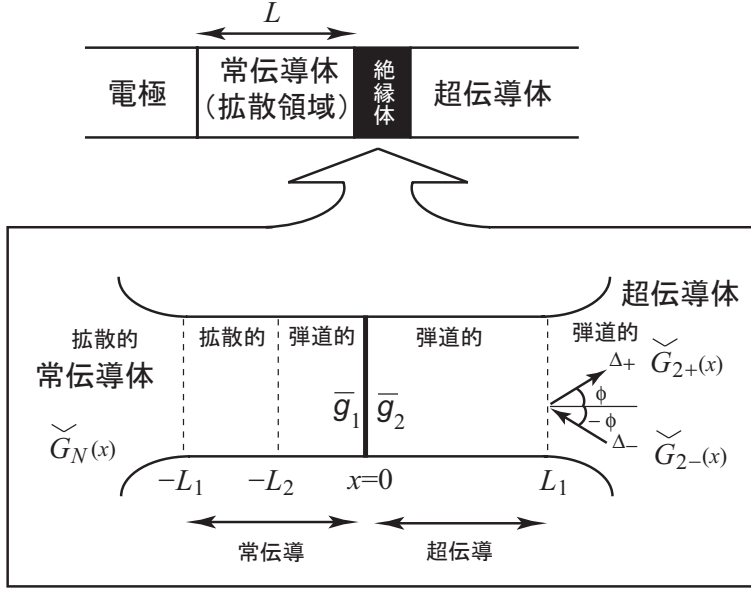


図 2: 常伝導体/絶縁体/超伝導体の概念図とナザロフがグリーン関数を接続するために考えたモデル.

分とする. ここで南部ケルディッシュ形式のグリーン関数 $\check{G}_N(x)$ を常伝導体の領域で定義しよう.

$$\check{G}_N(x) = \begin{pmatrix} \hat{R}_N(x) & \hat{K}_N(x) \\ 0 & \hat{A}_N(x) \end{pmatrix},$$

遅延成分 $\hat{g}_0^R(\mathbf{r})$, 先進成分 $\hat{g}_0^A(\mathbf{r})$, ケルディッシュ成分 $\hat{g}_0^K(\mathbf{r})$ を $\hat{R}_N(x)$, $\hat{A}_N(x)$, $\hat{K}_N(x)$ と表した. ケルディッシュ成分は, 遅延成分と先進成分から $\hat{K}_N(x) = \hat{R}_N(x)\hat{f}_1(x) - \hat{f}_1(x)\hat{A}_N(x)$ と与えられる. ここで $\hat{f}_1(x)$ は分布関数で以下求めるべきものである. 常伝導体のグリーン関数 $\check{G}_N(x)$ は, 南部ケルディッシュ形式のウサデル方程式を満たす [26].

$$D \frac{\partial}{\partial x} \left[\check{G}_N(x) \frac{\partial \check{G}_N(x)}{\partial x} \right] + i [\check{H}_0, \check{G}_N(x)] = 0, \quad (16)$$

ここで D は常伝導体の拡散係数で, 行列 \check{H}_0 は

$$\check{H}_0 = \begin{pmatrix} \hat{H}_0 & 0 \\ 0 & \hat{H}_0 \end{pmatrix}, \quad (17)$$

で与えられ $\hat{H}_0 = \varepsilon \hat{\tau}_3$ である. グリーン関数を求めるためには, 方程式を何らかの境界条件の下で解く必要がある. $x = -L$ において, 理想的な電極と常伝導体が接触抵抗なく接しているとする. 一方常伝導体と超伝導体との界面においては,

$$\frac{L}{R_d} \left[\check{G}_N(x) \frac{\partial \check{G}_N(x)}{\partial x} \right] \Big|_{x=0_-} = -\frac{\langle \check{I}(\phi) \rangle}{R_b}, \quad (18)$$

$$\langle \check{I}(\phi) \rangle = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi \cos \phi \check{I}(\phi)}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi \cos \phi T(\phi)}, \quad (19)$$

という関係式を満たすことが知られている。ここで左辺は、ウサデル方程式で計算した流れに対応し、右辺は常伝導体と超伝導体界面での流れをアイレンベルガーの理論に基づいて計算したものである。詳しくは次の節で述べる界面モデルとマトリックス電流を参照していただきたい。界面での常伝導状態の抵抗 R_b は

$$R_b = \frac{2R_0}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi \cos\phi T(\phi)} \quad (20)$$

とシャルピン抵抗 R_0 をもちいて表される。ここで $T(\phi)$ は絶縁体の両側が弾道的伝導領域にある常伝導体のとき、入射角 ϕ で絶縁体に入射する準粒子の透過率である。

3.3 マトリックス電流

問題はマトリックス電流と呼ばれる $\check{I}(\phi)$ を求める事に帰着される。式 (18) はグリーン関数で書いたある種の流れの密度の保存則に対応し、ケルディッシュ成分の中で $\hat{\tau}_3$ 成分に比例するところに着目すれば観測にかかる電流の保存になる。困難な点は $\check{I}(\phi)$ (界面でのグリーン関数) を界面から遠く離れた場所における漸近的なグリーン関数を使って表さないといけないことにある。さらにやっかいなのは、片方が拡散的でもう片方は弾道的な伝導領域なので一見グリーン関数を接続できないかに思われる。そこで用いるのが、ナザロフが s 波超伝導体で導入した界面のモデルである (図 2) [28]。図 2 に示すように常伝導体と超伝導体の接合部 $-L_1 < x < L_1$ は拡散領域と弾道的領域からなる。左側の $(-L_1 < x < -L_2)$ は拡散領域、 $-L_2 < x < 0$ と $(0 < x < L_1)$ は、弾道的領域とする。ここで常伝導体の拡散長 $\xi_1 = \sqrt{D/2\pi T}$ は、 $\xi_1 \gg L_1 \gg v_F\tau_{imp}$ と $\xi_1 \gg L_1 - L_2 \gg v_F\tau_{imp}$ を満足すると仮定する。 v_F は常伝導体のフェルミ速度で $\ell = v_F\tau_{imp}$ で与えられる。また界面には絶縁体的なバリアーが存在して (散乱領域) ここでは、デルタ関数型ポテンシャル $H_b\delta(x)$ で表すことにする。電子の入射角度を ϕ とすれば透過率は $T = T(\phi) = 4\cos^2\phi/(4\cos^2\phi + Z^2)$, で与えられる。ここで透過率を特徴付ける重要なパラメーター Z は、 $Z = 2mH_b/(k_F)$ でフェルミ波数は k_F 有効質量は m で与えられる。まずこの領域の中のグリーン関数を考えた後、それらを粗視化をすることで準古典グリーン関数の振る舞いを調べることにする。

しばらくは $-L_1 < x, x' < L_1$ における南部ゴルコフグリーン関数 $\check{G}_n(\varepsilon, x, x')$ に注目する。ここで n は伝導チャネルを表し (入射角 ϕ に相当する) 常伝導体と超伝導体は平らな界面で区切られているので、界面に平行方向の運動量の違いでチャンネルの指標を定義できる。次に

$$\check{G}_n(\varepsilon, x, x') = \sum_{\sigma, \sigma'} \exp(i\sigma |k_{Fx}|x - i\sigma' |k_{Fx}|x') \check{g}_{E,n}^{\sigma, \sigma'}(x, x') \quad (21)$$

と表すことで包絡線関数を導入する。 $\sigma, \sigma' = \pm 1$ は x の \pm どちらの方向に伝播するのかわかるという方向の指標である。ここで現れる $\check{g}_{E,n}^{\sigma, \sigma'}$ は元々のグリーン関数 $\check{G}_n(\varepsilon, x, x')$ の空間的に速い振動部を捨象したグリーン関数で、フェルミ波数の x 成分の逆数 $1/k_{Fx}$ に比べるとゆったりと空間変化する。包絡線関数は、アイレンベルガーの方程式

$$\left(i\sigma v_n \frac{\partial}{\partial x} + \check{H}(x) \right) \check{g}_{E,n}^{\sigma, \sigma'}(x, x') = \check{i}\delta(x - x') \quad (22)$$

を満たす。 $v_n = v_{Fx}$ はフェルミ速度の x 成分である。ここで $\check{\delta}(x - x')$ は、フェルミ波数よりも十分に長い距離に対して成立する準古典的な意味でのデルタ関数であり、 \check{i} は 4 行 4 列で書いた単位

行列である。さらに左側の弾道的領域の長さ L_2 は $v_n \tau_{imp}$ に比べて十分に短いとする。また、

$$\check{H}(x) = \check{H}_0 + \check{\Delta}(x) + \check{\Sigma}_{imp}(x). \quad (23)$$

で与えられ、 $\check{\Sigma}_{imp}(x)$ は不純物散乱が存在するために生じる自己エネルギーで、常伝導体のみで 0 ではない値をとる。ボルン近似を用いることで、ウサデルのグリーン関数 $\check{G}_N(x)$ を用いて $\check{\Sigma}_{imp}(x) = i\check{G}_N(x)/(2\tau_{imp})$ と表される。さらに超伝導ペアポテンシャルに由来する自己エネルギーは $x < 0$ で $\check{\Delta}(x) = 0, x > 0$ の $\check{\Delta}(x)$ は

$$\check{\Delta}(x) = \begin{pmatrix} \hat{\Delta}_\sigma & 0 \\ 0 & \hat{\Delta}_\sigma \end{pmatrix}, \quad \hat{\Delta}_\sigma = \begin{pmatrix} 0 & \Delta_\sigma \\ -\Delta_\sigma^* & 0 \end{pmatrix}. \quad (24)$$

で与えられる。また $\check{g}_{E,n}^{\sigma\sigma'}(x, x')$ は $x = x'$ で不連続なので、この不連続性を除去した包絡線関数 $\bar{g}_{cn}^{\sigma\sigma'}(x, x')$ を

$$\bar{g}_{cn}^{\sigma\sigma'}(x, x') = 2i\check{g}_{E,n}^{\sigma\sigma'}(x, x') |v_n| - \sigma\delta_{\sigma,\sigma'} \text{sign}(x - x'). \quad (25)$$

と定義する。この関数は σ, σ' の 2 つの自由度を考慮することで、 $\bar{g}_{cn}(x, x')$ と 8 行 8 列の行列とみなすこともできる。界面の左右でのグリーン関数 $\bar{g}_n(0_-, 0_-) = \bar{g}_1, \bar{g}_n(0_+, 0_+) = \bar{g}_2$ を定義する。この両者のグリーン関数は界面での波動関数の接続を表すトランスファー行列 \bar{M} を用いて

$$\bar{g}_2 = \bar{M}^\dagger \bar{g}_1 \bar{M}; \quad \bar{M} = \begin{pmatrix} \frac{1}{t^*} \check{1} & \frac{r}{t} \check{1} \\ -\frac{r}{t} \check{1} & \frac{1}{t} \check{1} \end{pmatrix},$$

と関係づけられる。ここで t と r は界面での透過係数と反射係数である。 $\check{g}_{E,n}^{\sigma\sigma'}(x, x')$ は、8 行 8 列で表示すると、 $\bar{g}_{E,n}(x, x')$ と書かれる。この関数を、先に定義した包絡線関数 \bar{g}_1, \bar{g}_2 をもちいて表すことを試みしてみる。 $\bar{g}_{E,n}(x, x')$ を図 2 の拡散領域で $(-L_1 < x, x' < -L_2)$ 評価する。この領域では不純物散乱効果が顕著となるので、 ε は $\check{\Sigma}_{imp}(x)$ に比べて無視できる。さらに $\xi_1 \gg L_1$ が成立するために、ウサデル方程式の解は、 L_1 の範囲ではほとんど変化はない定数と思われる。そうであれば $\check{G}_1 = \check{G}_N(-L_1) \sim \check{G}_N(0_-)$ 、と近似することができる。今この $\check{G}_1(-L_1 < x, x' < -L_2)$ で定数とみなせる) を用いて自己エネルギー $\check{\Sigma}_{imp}(x)$ は $\check{\Sigma}_{imp}(x) = i\check{G}_1/(2\tau_{imp})$ と書く事ができる。ここで $\check{G}_N(x)$ はウサデル方程式に従うグリーン関数である。これらの準備を終えた後、 $\bar{g}_{E,n}(x, x')$ は、一階の微分方程式に従うことを用いると

$$\bar{g}_{E,n}(x, x') = \bar{P}(x) (\bar{g}_1 + \text{sign}(x - x') \bar{\Sigma}^z) \bar{P}(-x') \quad (26)$$

$$\bar{P}(x) = \frac{1}{2\sqrt{2v_n i}} \{ \exp[x/(2v_n \tau_{imp})] (\bar{1} - \bar{\Sigma}^z \bar{G}_1) + \exp[-x/(2v_n \tau_{imp})] (\bar{1} + \bar{\Sigma}^z \bar{G}_1) \} \quad (27)$$

$$\bar{G}_1 = \begin{pmatrix} \check{G}_1 & 0 \\ 0 & \check{G}_1 \end{pmatrix}, \quad \bar{\Sigma}^z = \begin{pmatrix} \check{1} & 0 \\ 0 & -\check{1} \end{pmatrix}. \quad (28)$$

と書かれる。ここで平均自由行程 ℓ は L_1 よりもはるかに小さいので $\check{G}_n^{\sigma\sigma'}(x, x')$ が $x, x' \rightarrow -\infty$ で発散しないという条件を用いることができ

$$(\bar{\Sigma}^z + \bar{G}_1)(\bar{\Sigma}^z - \bar{g}_1) = 0, \quad (29)$$

$$(\bar{\Sigma}^z + \bar{g}_1)(\bar{\Sigma}^z - \bar{G}_1) = 0. \quad (30)$$

という2つの式が得られる. 同様の発散解を除去する条件を超伝導体側にも要求すると,

$$(\bar{\Sigma}^z - \bar{G}_2)(\bar{g}_2 + \bar{\Sigma}^z) = 0, \quad (31)$$

$$(\bar{g}_2 - \bar{\Sigma}^z)(\bar{\Sigma}^z + \bar{G}_2) = 0. \quad (32)$$

ここで超伝導体のグリーン関数はペアポテンシャルの異方性も考慮に入れないといけないので

$$\bar{G}_2 = \begin{pmatrix} \check{G}_{2+} & 0 \\ 0 & \check{G}_{2-} \end{pmatrix}.$$

と与えられる. 準粒子の進行方向によってペアポテンシャルが変化するために, 2種類の南部ケルディッシュのグリーン関数 \check{G}_{2+} と \check{G}_{2-} が現れる. 簡単のためにバルクのグリーン関数が異方的超伝導状態を表すために用いられている. その結果 \bar{g}_2 は $\bar{Q} = \bar{M}^\dagger \bar{M}$ を用いることで

$$\bar{g}_2 = (\bar{Q}\bar{G}_2 + \bar{G}_1)^{-1} \{2\bar{Q} + (\bar{G}_1 - \bar{Q}\bar{G}_2)\bar{\Sigma}^z\}, \quad (33)$$

と表される. 界面から離れたグリーン関数を用いて \bar{g}_2 が書かれているのが重要な点である [28, 13]. \bar{g}_1 も同様に計算可能である. これらの量に基づいて, 式 (18) の境界条件を求めることが可能となる. 式 (18) の $\check{I}(\phi) = \check{I}_n$ は,

$$\check{I}_n = \text{Tr}_\sigma[\bar{\Sigma}^z \bar{g}_1] = \text{Tr}_\sigma[\bar{\Sigma}^z \bar{g}_2]. \quad (34)$$

で与えられ, 南部ケルディッシュグリーン関数で書いた流れの密度を計算することになる. この表式は界面で右へ進む流れと左に進む流れの差をケルディッシュグリーン関数で表現したもので, ウサデル方程式の境界条件式 (18) の右辺に対応する. 式 (18) の左辺は, 常伝導体の中での流れをウサデル方程式のグリーン関数で表したものである. 界面における流れの保存量はいろいろな方向の流れの総和であり, マトリックス電流を入射角に渡って積分した量が常伝導の領域の流れとつりあっている. この \check{I}_n はマトリックス電流と呼ばれている. マトリックス電流 \check{I}_n を求めるためには, \bar{Q} を対角化する基底の選び方をしないとといけない. そのために準粒子の進行方向の自由度に対応する空間 ($\sigma = \pm$ の違いを決めている空間) でのユニタリー変換をする. また $\bar{\Sigma}^z$ も変換を受ける.

$$\bar{Q} = \begin{pmatrix} q_n \check{1} & 0 \\ 0 & q_n^{-1} \check{1} \end{pmatrix}, \quad \bar{\Sigma}^z = \begin{pmatrix} 0 & \check{1} \\ \check{1} & 0 \end{pmatrix}. \quad (35)$$

ここで固有値 q_n を用いて界面での透過率 T_n は $4q_n/(1+q_n)^2 = T_n$ と表される. その結果, \bar{g}_2 は,

$$\bar{g}_2 = \begin{pmatrix} q_n \check{H}_+ + \check{G}_1 & q_n \check{H}_- \\ q_n^{-1} \check{H}_- & q_n^{-1} \check{H}_+ + \check{G}_1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} q_n(2 - \check{H}_-) & \check{G}_1 - q_n \check{H}_+ \\ \check{G}_1 - q_n^{-1} \check{H}_+ & q_n^{-1}(2 - \check{H}_-) \end{pmatrix} \quad (36)$$

と表される. $\check{H}_\pm = (\check{G}_{2+} \pm \check{G}_{2-})/2$ である. あとは行列の計算を丹念におこなっていくとマトリックス電流を求めることができる. 最終的に

$$\check{I}_n = 2 [\check{G}_1, \check{B}_n]$$

$$\check{B}_n = (-T_{1n}[\check{G}_1, \check{H}_-^{-1}] + \check{H}_-^{-1} \check{H}_+ - T_{1n}^2 \check{G}_1 \check{H}_-^{-1} \check{H}_+ \check{G}_1)^{-1} (T_{1n}(1 - \check{H}_-^{-1}) + T_{1n}^2 \check{G}_1 \check{H}_-^{-1} \check{H}_+) \quad (37)$$

を得る事ができる．ここで $T_1 = T/(2 - T(\phi) + 2\sqrt{1 - T(\phi)})$ と定義した．(いまチャンネルの添え字 n と入射角度 ϕ は一対一に対応する．) この式は非常に重要な意味を持つ．(1) $\check{G}_{2+} = \check{G}_{2-}$ が成立するときはナザロフが s 波超伝導体に対して求めた式と同じ形のマトリックス電流を与える [28]．(2) また $\check{G}_{2+} = \check{G}_{2-}$ でかつ接合界面の透過率が十分に小さいとクプリヤノフとルキチエフの境界条件も再現する．[27] (3) あとで述べるようにこのマトリックス電流のケルディッシュ成分には近接効果が存在しない極限（常伝導体の厚さが無視できて電極が絶縁体に直接接触している場合）で BTK の理論 [17] さらに田仲柏谷の弾道的な領域でもとめたトンネル分光の理論 [5, 6] が自然に含まれている．一見抽象的に見える式であるが、従来の s 波超伝導体の近接効果の理論、異方的超伝導体の物理をとりいれた非常に一般的な式である．これからウサデル方程式を解くことで接合系の電気伝導度の式をいかに求めるかを説明するが、その前に少しグリーン関数の性質を議論しておく．一般に常伝導領域のグリーン関数 $\check{G}_N(x)$ の遅延成分 $\hat{R}_N(x)$ は、

$$\hat{R}_N(x) = \cos \psi \sin \theta \hat{\tau}_1 + \sin \psi \sin \theta \hat{\tau}_2 + \cos \theta \hat{\tau}_3, \quad (38)$$

と電子ホール空間を記述するパウリ行列を用いて分解可能である． θ, ψ の従う方程式は、

$$D \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta - \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 \cos \theta \sin \theta \right] + 2i\varepsilon \sin \theta = 0, \quad (39)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\sin^2 \theta \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right] = 0. \quad (40)$$

と表される． $\sin^2 \theta \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \neq 0$ が成り立つときは超伝導電流が流れることになるが、今は常伝導体と超伝導体接合で超伝導電流は流れないので $\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0$ とおくことができる．後のために南部ケルディッシュグリーン関数 $\check{G}_1, \check{G}_{2\pm}$ を成分表示して表す．

$$\check{G}_1 = \begin{pmatrix} \hat{R}_1 & \hat{K}_1 \\ 0 & \hat{A}_1 \end{pmatrix}, \quad \check{G}_{2\pm} = \begin{pmatrix} \hat{R}_{2\pm} & \hat{K}_{2\pm} \\ 0 & \hat{A}_{2\pm} \end{pmatrix}, \quad (41)$$

ケルディッシュ成分は分布関数を使って、 $\hat{K}_{1(2\pm)} = \hat{R}_{1(2\pm)} \hat{f}_{1(2)}(0) - \hat{f}_{1(2)}(0) \hat{A}_{1(2\pm)}$ と表され、先進成分と遅延成分の間には $\hat{A}_{1(2)\pm} = -\hat{\tau}_3 \hat{R}_{1(2)\pm}^\dagger \hat{\tau}_3$ という関係がある．超伝導体が時間反転対称性を破っていないとすると、

$$\hat{R}_{2\pm} = (g_\pm \hat{\tau}_3 + f_\pm \hat{\tau}_2), \quad (42)$$

$g_\pm = \varepsilon / \sqrt{\varepsilon^2 - \Delta_\pm^2}$, $f_\pm = \Delta_\pm / \sqrt{\Delta_\pm^2 - \varepsilon^2}$, と表すことができる．ここで Δ_+ (Δ_-) は入射角度 ϕ ($\pi - \phi$) で表される準粒子が感じるペアポテンシャルである．超伝導体は今 1 種類しかないのでケミカルポテンシャルは 0 とおける．従って、 $\hat{f}_2(0) = \tanh[\varepsilon/(2T)] \hat{\tau}_0$ と与えられる． $\hat{\tau}_0$ は電子ホール空間で書いた 2 行 2 列の単位行列である． $\hat{f}_1(0)$ は、 $\hat{f}_1(0) = \hat{\tau}_0 f_{1N}(0) + \hat{\tau}_3 f_{3N}(0)$ と書かれる．ここで $f_{1N}(0), f_{3N}(0)$ は $x = 0_-$ (常伝導体側) における電子の分布関数である．一方 $\hat{f}_2(0)$ は $x = 0_+$ (超伝導体側) における電子の分布関数である．以下の電気伝導に現れてくるのは $f_{3N}(0)$ である．

後の計算のために、 \check{H}_+ , \check{H}_- , \check{B}_n , $\check{I}_n = \check{I}(\phi)$ を以下のように定義する.

$$\check{H}_+ = \begin{pmatrix} \hat{R}_p & \hat{K}_p \\ 0 & \hat{A}_p \end{pmatrix}, \quad \check{H}_- = \begin{pmatrix} \hat{R}_m & \hat{K}_m \\ 0 & \hat{A}_m \end{pmatrix}, \quad (43)$$

$$\check{B}_n = \begin{pmatrix} \hat{B}_R & \hat{B}_K \\ 0 & \hat{B}_A \end{pmatrix}, \quad \check{I}_n = \begin{pmatrix} \hat{I}_R & \hat{I}_K \\ 0 & \hat{I}_A \end{pmatrix}. \quad (44)$$

3.4 マトリックス電流の遅延成分とケルディッシュ成分の計算

最初に上記のケルディッシュグリーン関数で書いた境界条件の遅延成分に着目する. 境界条件の左辺 (式 18) は,

$$\frac{L}{R_d} \hat{R}_N(x) \frac{\partial}{\partial x} \hat{R}_N(x) \Big|_{x=0} = \frac{Li}{R_d} [-\sin \psi \hat{\tau}_1 + \cos \psi \hat{\tau}_2] \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} \quad (45)$$

と書ける. ここで大事なのは $\hat{\tau}_3$ 成分が消失していることである. 境界条件を吟味するためには、 \hat{I}_R を ϕ の関数としたときの偶奇性を注意しないとイケない. \hat{I}_R はスペクトルベクトルという量を用いることで,

$$\begin{aligned} \hat{I}_R = & 4iT_1(\mathbf{d}_R \cdot \mathbf{d}_R)^{-1} \left(-\frac{1}{2}(1+T_1^2)(s_{2+} - s_{2-})^2 [\mathbf{s}_1 \times (s_{2+} + s_{2-})] \cdot \hat{\tau} \right. \\ & + 2T_1 \mathbf{s}_1 \cdot (s_{2+} \times s_{2-}) [\mathbf{s}_1 \times (s_{2+} \times s_{2-})] \cdot \hat{\tau} + 2T_1 \mathbf{s}_1 \cdot (s_{2+} - s_{2-}) [\mathbf{s}_1 \times (s_{2+} - s_{2-})] \cdot \hat{\tau} \\ & - i(1+T_1^2)(1 - s_{2+} \cdot s_{2-}) [\mathbf{s}_1 \times (s_{2+} \times s_{2-})] \cdot \hat{\tau} \\ & \left. + 2iT_1(1 - s_{2+} \cdot s_{2-}) [\mathbf{s}_1 \cdot (s_{2+} - s_{2-}) \mathbf{s}_1 - (s_{2+} - s_{2-})] \cdot \hat{\tau} \right), \end{aligned} \quad (46)$$

$$\mathbf{d}_R = (1+T_1^2)(s_{2+} \times s_{2-}) - 2T_1 \mathbf{s}_1 \times (s_{2+} - s_{2-}) - 2T_1^2 \mathbf{s}_1 \cdot (s_{2+} \times s_{2-}) \mathbf{s}_1 \quad (47)$$

と表される. ここで $\hat{R}_1 = \mathbf{s}_1 \cdot \hat{\tau}$ また $\hat{R}_{2\pm} = s_{2\pm} \cdot \hat{\tau}$ である. スペクトルベクトル \mathbf{s}_1 と $s_{2\pm}$ は,

$$\mathbf{s}_1 = \begin{pmatrix} \sin \theta_0 \cos \psi_0 \\ \sin \theta_0 \sin \psi_0 \\ \cos \theta_0 \end{pmatrix}; \quad s_{2\pm} = \begin{pmatrix} 0 \\ f_{\pm}(\phi) \\ g_{\pm}(\phi) \end{pmatrix}, \quad (48)$$

で書かれる. ここで ψ_0, θ_0 は $x = 0_-$ での ψ, θ の値である. $f_{\pm}(\phi), g_{\pm}(\phi)$ は f_{\pm}, g_{\pm} の ϕ 依存性をあらわに書いたものである. 左辺とのつりあいから $\langle \hat{I}_R \rangle$ の $\hat{\tau}_3$ 成分は 0 とおく. (超伝導電流が流れているときには 0 とはおけない) ペアポテンシャルのパリティから, 超伝導体がスピン 3 重項のときには $g_{\pm}(-\phi) = g_{\mp}(\phi), f_{\pm}(-\phi) = -f_{\mp}(\phi)$ が成立し, 一方スピン 1 重項のときには $g_{\pm}(-\phi) = g_{\mp}(\phi), f_{\pm}(-\phi) = f_{\mp}(\phi)$ が満たされる. \hat{I}_R を入射角度 ϕ で $-\pi/2$ から $\pi/2$ まで積分した量の $\hat{\tau}_3$ 成分が消失しないと, 式 (45) を満たさない. この条件のもとで, g_{\pm}, f_{\pm} の偶奇性に注意して整理をすると, スピン 3 重項の超伝導体では $\sin \psi_0 = 0$ が満たされ, $\cos \psi_0 = 0$ がスピン 1 重項超伝導体で満たされる. この結果を用いて式 (46) を整理すると, 遅延成分の境界条件は,

$$\frac{L}{R_d} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} = \frac{\langle F \rangle}{R_b} \quad (49)$$

$$F = \frac{2T(f_S \cos \theta_0 - g_S \sin \theta_0)}{2 - T + T(\cos \theta_0 g_S + \sin \theta_0 f_S)} \quad (50)$$

となる. ここで $g_S = (g_+ + g_-)/(1 + g_+g_- + f_+f_-)$, スピン 3 重項では $f_S = i(f_+g_- - g_+f_-)/(1 + g_+g_- + f_+f_-)$ スピン 1 重項では, $f_S = (f_+ + f_-)/(1 + g_+g_- + f_+f_-)$ で与えられる. ここで $\theta = 0$ となるときは近接効果がまったく存在しないことに対応する.

次にケルディッシュ成分の計算を行う. ケルディッシュ成分の中で $\hat{\tau}_3$ に比例する係数が実際の電流に寄与する. 遅延成分同様に行列の計算を ϕ の偶奇性に基づいて計算をする.

$$I_b = \frac{1}{4} \text{Tr} \left[\hat{\tau}_3 \hat{I}_K \right], \quad \hat{I}_K = 2 \left(\hat{R}_1 \hat{B}_K + \hat{K}_1 \hat{B}_A - \hat{B}_R \hat{K}_1 - \hat{B}_K \hat{A}_1 \right) \quad (51)$$

\hat{B}_R は, $\hat{R}_m, \hat{R}_p, \hat{R}_1$ を用いて計算ができ, $\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2, \hat{\tau}_3$ の線形結合で表される. $\hat{B}_A = -\hat{\tau}_3 \hat{B}_R^\dagger \hat{\tau}_3$ を用い, さらに I_b の角度平均を作った後 g_\pm, f_\pm の偶奇性に注意して整理すると [15],

$$\langle I_b \rangle = \frac{1}{2} \left\langle \text{Tr} \left\{ -(\hat{R}_1 + \hat{R}_1^\dagger) \hat{B}_R (\hat{R}_1 + \hat{R}_1^\dagger) \hat{B}_R^\dagger - (\hat{R}_1 + \hat{R}_1^\dagger) (\hat{B}_R + \hat{B}_R^\dagger) \right\} \right\rangle f_{3N}(0) \quad (52)$$

とまとめられる. 途中の計算が長くなるので省略すると [15], $I_b = I_{b0} f_{3N}(0)$

$$\langle I_{b0} \rangle = \left\langle \frac{T}{2} \frac{C_0}{|(2-T) + T(\cos \theta_0 g_S + \sin \theta_0 f_S)|^2} \right\rangle, \quad (53)$$

$$\begin{aligned} C_0 = & T (1 + |\cos \theta_0|^2 + |\sin \theta_0|^2) [|g_S|^2 + |f_S|^2 + 1 + |\bar{f}_S|^2] \\ & + 4(2-T) [\text{Real}(g_S) \text{Real}(\cos \theta_0) + \text{Real}(f_S) \text{Real}(\sin \theta_0)] \\ & + 4T [\text{Imag}(\cos \theta_0 \sin \theta_0^*) \text{Imag}(f_S g_S^*)], \end{aligned} \quad (54)$$

とまとめられる. ここで g_S, f_S, \bar{f}_S は,

$$g_S = \begin{cases} (g_+ + g_-)/(1 + g_+g_- + f_+f_-) & \text{スピン 3 重項} \\ (g_+ + g_-)/(1 + g_+g_- + f_+f_-) & \text{スピン 1 重項} \end{cases} \quad (55)$$

$$f_S = \begin{cases} i(f_+g_- - f_-g_+)/(1 + g_+g_- + f_+f_-) & \text{スピン 3 重項} \\ (f_+ + f_-)/(1 + g_+g_- + f_+f_-) & \text{スピン 1 重項} \end{cases} \quad (56)$$

$$\bar{f}_S = \begin{cases} (f_+ + f_-)/(1 + g_+g_- + f_+f_-) & \text{スピン 3 重項} \\ i(f_+g_- - g_+f_-)/(1 + g_+g_- + f_+f_-) & \text{スピン 1 重項} \end{cases} \quad (57)$$

と与えられる. 分布関数 $f_{3N}(0)$ は電圧が加えられた状態で現れてくるケルディッシュ形式固有のものである. 上の式で $\theta_0 = 0$ とおくと, 電極が直に異方的超伝導体に接合した弾道極限の理論結果を再現する [14, 15].

3.5 コンダクタンスの計算

電気伝導度は $\hat{R}_N(x), \hat{K}_N(x), \hat{A}_N(x)$ を用いると

$$I_{el} = \frac{-L}{4eR_d} \int_0^\infty d\varepsilon \text{Tr} \left[\hat{\tau}_3 \left(\hat{R}_N(x) \frac{\partial \hat{K}_N(x)}{\partial x} + \hat{K}_N(x) \frac{\partial \hat{A}_N(x)}{\partial x} \right) \right], \quad (58)$$

と与えられる [24]. 実際の計算では, 接続条件で行ったように $\theta = \theta(x)$ というパラメーターを導入する. このパラメーターを用いると $\hat{R}_N(x)$ は

$$\hat{R}_N(x) = \begin{cases} \hat{\tau}_3 \cos \theta(x) + \hat{\tau}_2 \sin \theta(x) & : \text{スピン 1 重項} \\ \hat{\tau}_3 \cos \theta(x) + \hat{\tau}_1 \sin \theta(x) & : \text{スピン 3 重項} \end{cases} \quad (59)$$

と表されて, $\hat{A}_N(x) = -\hat{\tau}_3 \hat{R}_N^\dagger(x) \hat{\tau}_3$, $\hat{K}_N(x) = \hat{R}_N(x) \hat{f}_1(x) - \hat{f}_1(x) \hat{A}_N(x)$ という関係が成立する. 分布関数は $\hat{f}_1(x) = \hat{\tau}_0 f_{0N}(x) + \hat{\tau}_3 f_{3N}(x)$ で与えられるが, 電気伝導に寄与する分布関数は $f_{3N}(x)$ である. ウサデル方程式の遅延成分とケルディッシュ成分は θ を用いて2つの式にまとめられる.

$$D \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) + 2i\varepsilon \sin[\theta(x)] = 0, \quad (60)$$

$$D \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial f_{3N}(x)}{\partial x} \cosh^2 \theta_{imag}(x) \right] = 0. \quad (61)$$

$\theta_{imag}(x) = \text{Imag}[\theta(x)]$ である. 一方 $x = -L$ では常伝導体は電極に接触している. 電極は, なんら超伝導の影響を受けてないと仮定されているので, $\theta(-L) = 0$ とおくことができる. 電極での分布関数 $f_{3N}(x = -L) = f_{t0}$ は

$$f_{t0} = \frac{1}{2} \{ \tanh[(\varepsilon + eV)/(2T)] - \tanh[(\varepsilon - eV)/(2T)] \}, \quad (62)$$

と与えられる. ここで V は外部から印加された電圧である. 常伝導体と超伝導体の界面でのケルディッシュ成分の接続条件は,

$$\frac{L}{R_d} \left(\frac{\partial f_{3N}}{\partial x} \right) \cosh^2 \text{Imag}(\theta_0) \Big|_{x=0_-} = - \frac{\langle I_b \rangle}{R_b}. \quad (63)$$

で与えられる. $f_{3N}(0_-)$ を求めると, 接合を流れる電流は θ_0 を用いて

$$I_{el} = - \frac{L}{eR_d} \int_0^\infty \left(\frac{\partial f_{3N}}{\partial x} \right) \Big|_{x=0_-} \cosh^2 [\text{Imag}(\theta_0)] d\varepsilon,$$

で与えられるので最終的には

$$I_{el} = \frac{1}{e} \int_0^\infty d\varepsilon \frac{f_{t0}}{\frac{\langle I_{b0} \rangle}{R_b} + \frac{R_d}{L} \int_{-L}^0 \frac{dx}{\cosh^2 \theta_{imag}(x)}}. \quad (64)$$

と書ける. その結果接合の全抵抗 R は,

$$R = \frac{R_b}{\langle I_{b0} \rangle} + \frac{R_d}{L} \int_{-L}^0 \frac{dx}{\cosh^2 \theta_{imag}(x)}. \quad (65)$$

と表される. 以下正規化されたコンダクタンス $\sigma_T(eV) = \sigma_S(eV)/\sigma_N(eV)$ に注目する. $\sigma_{S(N)}(eV)$ は超伝導状態(常伝導状態)の電気伝導度である. 常伝導状態では電気伝導度 $\sigma_N(eV)$ は電圧に依存しない定数 σ_N とおける.

4 計算結果

以下 d 波超伝導体 p 波超伝導体それぞれに適応して計算した場合を紹介したい. d 波としては代表的な場合として $\alpha = 0$ ($d_{x^2-y^2}$ 波とも呼ぶ) $\alpha = \pi/4$, (d_{xy} 波とも呼ぶ) を選ぶ(図1参照). p 波としては p_x , p_y 波を選ぶことにする. まず近接効果とミッドギャップ・アンドレーエフ共鳴状態(MARS)の関係を議論する. d 波の超伝導において式(49)の解を調べてみると, MARS がすべての入射角度に対して期待される $\alpha = \pi/4$ の場合に $\theta = 0$ となる[13]. 一方 MARS が消失する $\alpha = 0$ の場合は, 従来の s 波の超伝導体と同様に θ は0ではない解を持つ. 近接効果と MARS が互いに競

合関係にある。これに対して p 波の場合はかなり異なったふるまいとなる。すべての入射角に対して MARS を感じる p_x 波の場合は、 θ は有限の値を示すのに対して、逆の極限の p_y 波では、 $\theta = 0$ となる。 p 波の場合は MARS と近接効果の共存という異常な状態が出現するのである [14]。

コンダクタンスに注目しよう。まず d 波に適應して求めたコンダクタンスの 1 例を紹介する。コンダクタンスの特徴を際立たせるのがサウレスエネルギー $E_{Th} = \frac{D}{L^2}$ である。図 1 は MARS が存在しない $\alpha = 0$ の場合にサウレスエネルギー E_{Th} が d 波のペアポテンシャルの最大値 Δ_0 と同じ値の場合とかなり小さい場合に対して計算を行った結果を表している。常伝導体の電気抵抗 R_d が 0 の場合には、弾道極限の場合の計算で得られた V 字型のコンダクタンスがえられる。これは d 波の超伝導体の状態密度を反映したものでこの場合は、近接効果は消えてコンダクタンスはサウレスエネルギーには依存性なくなる。 E_{Th} が大きい場合 (図 3(a)) には、コンダクタンスは単純に増加する振る舞いを示す。 R_d が十分に大きくなると接合系の抵抗はほとんど常伝導体できまるようになり、コンダクタンスの電圧依存性は弱くなる。次にサウレスエネルギーが小さい場合に注目する (図 3(b))。このときは、特徴的なふるまいが現れる。 R_d がある程度大きくなると、ゼロ電圧においてピーク構造を持つ。さらに R_d が大きくなるとこのピークは 2 つに分裂する。このピーク (ディップ) の起源は異方的超伝導体固有の MARS ではなくて、常伝導体の中における電子波干渉効果によるものである。ピークの幅はサウレスエネルギー程度である。すでに s 波の超伝導体の接合で知られていた構造である。異方的超伝導体でもこのような電子波干渉効果は存在することが示されたことは意義がある。この近接効果に由来するゼロ電圧ピークの高さは、1 よりも低くなっているのが特徴である。サウレスエネルギーが十分に小さくて、界面の透過率が小さい、すなわち今のモデルでは Z の値が十分に小さい場合に限って期待されるピークである。この近接効果固有のゼロ電圧でのピークは外場に対して非常に敏感な応答をするという点でアンドレーエフ共鳴ピークとはかなり特性が異なる。このように常伝導体の近接効果を考えると最終的にえられるコンダクタンスはとても多様であるので実際の実験データの解析をする上では慎重な解析が必要となる。

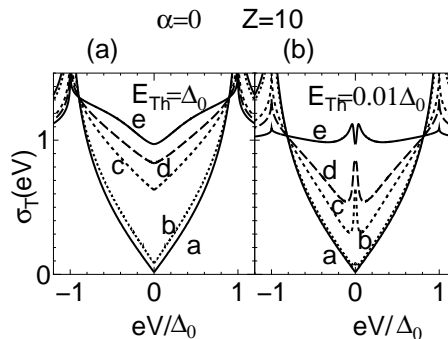


図 3: d 波超伝導体 $\alpha = 0$ の正規化されたコンダクタンス σ_T (eV) を $Z = 10$, $\alpha = 0$ に対して計算したもの。(a) $E_{Th} = \Delta_0$ 。(b) $E_{Th} = 0.01\Delta_0$ 。左右の図のカーブはそれぞれ a, $R_d/R_b = 0$; b, $R_d/R_b = 0.1$; c, $R_d/R_b = 1$; d, $R_d/R_b = 2$; e, $R_d/R_b = 10$ という場合を表している。 Phys. Rev. B Vol. 69, 144519 (2004) Fig. 1 を用いた。

次に MARS がすべての入射角度にわたって存在する $\alpha = \pi/4$ の場合を示す。全コンダクタン

スにはゼロ電圧のピークは常に存在するが、ピークの高さは R_d の増加とともに単純に減衰を続ける (図 4 参照)。接合の全抵抗は界面から来る部分と常伝導体が単独で持つ抵抗の単純な和で与えられている。実際の接合系の実験では、弾道的伝導モデルで行った計算 (2 章で紹介) に比べて低いゼロ電圧ピークが観測される [6, 5]。これは、実験データの解析を行うためには、常伝導体の抵抗も考慮してコンダクタンスを評価すべきであることを示している。

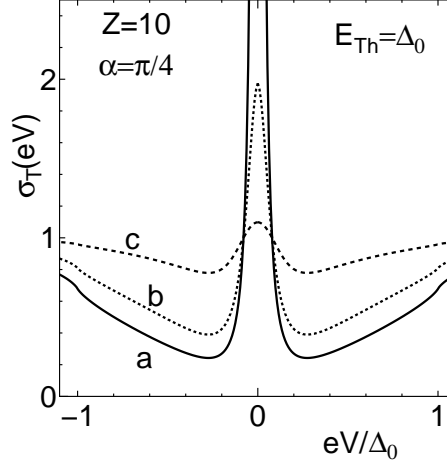


図 4: d 波超伝導体 $\alpha = \pi/4$ の正規化されたコンダクタンス $\sigma_T (eV)$ を $Z = 10$, $E_{Th}/\Delta_0 = 1$ $\alpha = \pi/4$ に対して計算したもの。a, $R_d/R_b = 0$; b, $R_d/R_b = 1$; c, $R_d/R_b = 10$ 。近接効果が存在しないために $\sigma_T (eV)$ は E_{Th} にまったく依存しない。Phys. Rev. B Vol. 69, 144519 (2004), Fig. 10 を用いた。

具体的には、

$$\sigma_T (eV) = \frac{R_d + R_b}{R_{R_d=0} + R_d}, \quad R_{R_d=0} = \frac{R_b}{\langle I_{b0} \rangle} \quad (66)$$

$$\langle I_{b0} \rangle = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \phi I_{b0} d\phi}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \phi T(\phi) d\phi}, \quad I_{b0} = \frac{T(\phi) \{1 + T(\phi) |\Gamma_+|^2 + [T(\phi) - 1] |\Gamma_+ \Gamma_-|^2\}}{|1 + [T(\phi) - 1] \Gamma_+ \Gamma_-|^2}$$

$$\Gamma_+ = \frac{\Delta_+}{\varepsilon + \sqrt{\varepsilon^2 - \Delta_+^2}}, \quad \Gamma_- = \frac{\Delta_-}{\varepsilon + \sqrt{\varepsilon^2 - \Delta_-^2}}$$

として計算をすべきである。接合の全抵抗は、近接効果をまったく考慮しない常伝導体の部分と界面の接合部分を弾道的伝導モデルで計算したものの単純な和として表される。

次に p 波の場合に注目しよう。 p_x 波超伝導体の場合、近接効果と MARS が共存するために劇的な性質が現れる。まず正規化されたコンダクタンスに着目する。図 5 に示されるようにゼロ電圧近傍で R_d が大きくなればなるほど、 $\sigma_T (eV)$ の大きさが上昇している。これは先ほどの d 波ではなかったことで、 p_x 波超伝導体で近接効果と共鳴状態が共存できることと対応する。

p_x 接合の持つ異常電気伝導の特徴をよりクローズアップするために常伝導体中の局所状態密度 $\rho(\varepsilon)$ に注目する。図 6 に示されているように、局所状態密度は常伝導体の中でゼロエネルギーのピークを持つ。これは従来の近接効果の理論ではなかったことである。この場合すべての入射角度

に対してアンドレーエフ共鳴状態を感じているためにゼロエネルギー近傍で強い近接効果が起きている。 p_x 波超伝導体ではペアポテンシャルの持つ最大値の方向と法線ベクトルのなす角度がゼロであるが、仮にこの角度が有限になったとしてもある入射角度の準粒子は MARS を感じかつ近接効果に貢献するために、局所状態密度のゼロエネルギーのピークは存在する [15]。したがってアンドレーエフ共鳴状態と近接効果の共存は p 波超伝導体で（より一般的にはスピン 3 重項超伝導体で）広く期待できるものである [14, 15]。唯一の例外は、この角度が $\pi/2$ になって界面に形成される共鳴状態が消える p_y 波の時で、近接効果も MARS もともに消えて正規化された局所状態密度は 1（常伝導状態と同じ値）になる。

一方対応する計算を d 波超伝導体に対して行った（図 7 参照）。 d 波のペアポテンシャルの持つ最大値の方向と法線ベクトルのなす角度 α が $\alpha = 0, \alpha = \pi/8, \alpha = \pi/4$ の場合を選んだが、いずれの場合も p 波でみられるようなゼロエネルギーのピークは存在しない。このような場合には近接効果と共鳴状態が競合関係になるために、常伝導体中の電子状態は p 波の接合とは大きく異なるものとなる。

p 波超伝導体の持つ異常な近接効果の特徴をより明確にするために、接合系全体のゼロバイアス電圧における電気抵抗が常伝導体の抵抗 R_d にかに依存するのかを図 8 に示した。 a に示されているように p_y 波の場合は、MARS も存在せず、近接効果も存在しないために合成抵抗は、接合の部分と常伝導体の部分の単純な足し算（オームの法則）となる。MARS が存在しないために $R_d = 0$ の値での抵抗 R の値が大きな値となっている。一方 p_x 波の場合は非常に顕著で b に示されているように合成抵抗が一切 R_d に依存しないという性質が現れる。このような性質は近接効果の従来理論では全く知られていなかったことである。従来から知られている s 波の場合（曲線 c ）は、合成抵抗が一度下がってから再びあがるというリエントラント的な振る舞いを示す。これは近接効果がおこることによって、接合系の全抵抗が常伝導体と界面から生じる抵抗の単なる足し算にならないということによって説明されている。ここには示していないが、 d 波で $\alpha = 0$ の接合の場合でも同様のふるまいが現れる。一方 d_{xy} 波すなわち $\alpha = \pi/4$ の場合は近接効果が消失するために、合成抵抗は接合の部分と常伝導体の部分の単純な足し算（オームの法則）となる。MARS が形成されるた

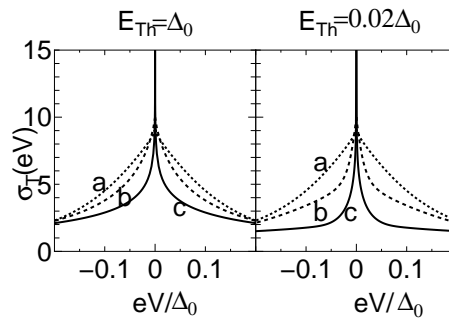


図 5: p_x 波超伝導体の正規化されたコンダクタンス $\sigma_T(eV)$ を $Z = 3$ に対して計算したもの。左側が $E_{Th} = \Delta_0$ で右側が $E_{Th} = 0.02\Delta_0$ である。それぞれのカーブは、 $a, R_d/R_b = 0$; $b, R_d/R_b = 0.1$; $c, R_d/R_b = 1$ を表している。Phys. Rev. B Vol. 71 094513 (2005) Fig. 2 を用いた。

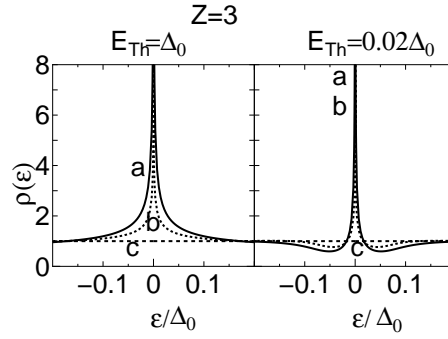


図 6: p 波超伝導体 p_x 波の常伝導体の中での正規化された状態密度 $\rho(\varepsilon)$ を $Z = 3$, $R_d/R_b = 1$ に対して計算したもの. $E_{Th} = \Delta_0$ (左側) $E_{Th} = 0.02\Delta_0$ (右側). それぞれのカーブは a, $x = -L/4$; b, $x = -L/2$ (常伝導体の真ん中); c, $x = -L$ (常伝導体と電極の界面) である. Phys. Rev. B Vol. 71 094513 (2005) Fig. 6 を用いた.

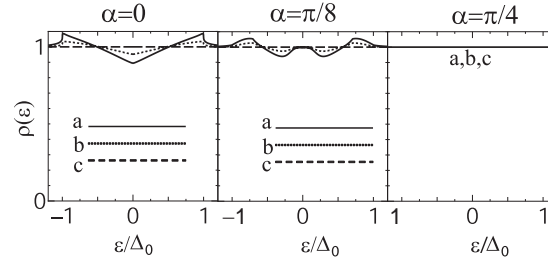


図 7: 常伝導体の中での正規化された状態密度を d 波の超伝導体に対して計算したもの. $Z = 3$, $R_d/R_b = 1$, $E_{Th} = \Delta_0$. d 波のペアポテンシャルは $\Delta_{\pm} = \Delta_0 \cos[2(\theta \mp \alpha)]$. と与えられる. α は $\alpha = 0$ (左側), $\alpha = \pi/8$ (真ん中), $\alpha = \pi/4$ (右側) と選んだ. それぞれのカーブは, a, $x = -L/4$; b, $x = -L/2$; c, $x = -L$ である. Phys. Rev. B Vol. 71 094513 (2005) Fig. 8 を用いた.

めに, $R_d = 0$ の値での合成抵抗がシャルピン抵抗の半分になっている. 以上まとめると, p_x 波超伝導体において合成抵抗 R が一切 R_d に依存しないという点がこれまで知られていなかった最も劇的な性質である.

最後にここで得られた新しい成果を準古典近似によらない数値的なシミュレーションでも確かめられることを紹介する (図 9 参照). 常伝導体と超伝導体接合を格子モデルで表して, リカーシブグリーン関数の方法で計算することが可能である. この場合不純物散乱のサンプル平均は数値的に厳密にとることが可能である. ここでは, ゼロ電圧での電気抵抗の R_d 依存性に注目してみよう. 図 8 と同様な結果が得られている. s 波においてはリエントラント的ふるまい, d_{xy} 波 ($\alpha = \pi/4$) においては直線的なふるまい, さらに p_x 波においては R_d にまったく依存しないという振る舞いが確認された. すなわちな南部ケルディッシュ形式の準古典近似に基づくグリーン関数の理論が正当化されたことになる. p_x 波で期待される異常な近接効果は準古典近似や界面モデル固有のものではなくて普遍的性質を持つものであることが確認された [29].

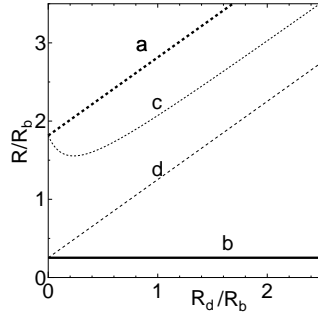


図 8: 抵抗 R を R_d/R_b の関数としてプロットしたもの. $Z = 1.5$ に選んだ. a, p_y 波, b, p_x 波, c, s 波, d, d_{xy} 波 (d 波, $\alpha = \pi/4$). Phys. Rev. B Vol. 71 094513 (2005) Fig. 14 を用いた.

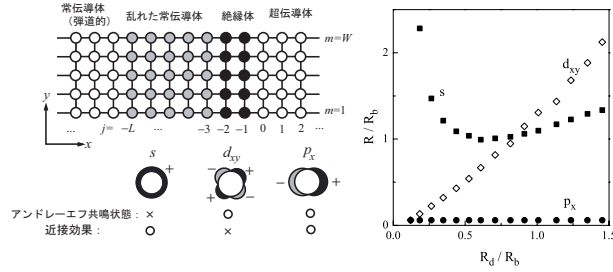


図 9: 格子モデルを用いて計算を行った合成抵抗の計算結果. s 波の結果には $1/3$ が乗じてある.

5 まとめ

本稿では異方的超伝導体接合の理論的進展を解説した. 南部ケルディッシュグリーン関数を駆使することで, 常伝導体と異方的超伝導体接合の持つ近接効果を記述できることを方法論から詳しく述べたつもりである. 実際の接合系で得られるコンダクタンスは電子が弾道的に伝導する系に比べてはるかに豊かつ複雑で, そこには不純物散乱が引き起こす電子波干渉効果が内在している. 異方的超伝導体接合においても近接効果が存在していることは最近の銅酸化物超伝導体の実験結果で示されている.[30] 今後実験理論に関する詳細な比較がされていくものと思われる [31]. 一方まだ実験的には確認されていないが, スピン 3 重項超伝導体においては, ミッドギャップ・アンドレーエフ共鳴状態 (MARS) と近接効果が共存するということが明らかになった. p 波の超伝導体として最近 Sr_2RuO_4 が注目を集めている. この系では $p_x + ip_y$ 波が形成されているといわれているが, そのような場合においてもやはり常伝導体との接合を考えると, 常伝導体の状態密度にはゼロエネルギーピークが現れる. したがって仮に時間反転対称性が破れるようなスピン 3 重項超伝導状態が形成されたとしても, 近接効果と MARS は共存して, 本稿で議論した s 波や d 波のようなスピン 1 重項超伝導体とは全く異なった, 共鳴状態をひきずった新種の近接効果がやはり存在することが最近の研究で解明されている [15]. 共鳴状態をともなう近接効果はまったく新しい性質で今後さらに発展して新現象が見つかるものと期待できる. 現在スピン 3 重項超伝導体の間のジョセフソン電流の研究を行っているが, この共鳴を伴う近接効果は重大な役割を果たしていることが明らかになって

きた。これまでスピン 3 重項超伝導体を探索する際に、ナイトシフトという測定手段が使われてきたが、ここで述べたような近接効果を調べることが実際に使われて、スピン 3 重項超伝導体の発見につながれば非常に面白いと思う。またメゾスコピック系の観点からみるとゼロエネルギー（フェルミ面上）に存在する大きな状態は、電気伝導、電磁場の応答、熱伝導、ゆらぎ、雑音など様々な物理に影響を与えることは間違いない。また強磁性体との接合においてもおもしろい物理を作り出すものと思われる。超伝導接合の物理は異方的超伝導体に加わることでさらに発展するものと思われる。

この解説はオランダデルフト工科大学ナザロフ教授、オランダツウェンテ大学のゴルーボフ博士、産総研の柏谷博士との共同研究に基づくものである。日頃様々な議論をしていただいている名古屋大学大学院工学研究科井上順一郎教授、伊藤博介博士、横山毅人氏に感謝いたします。

参考文献

- [1] Y. Maeno, H. Hashimoto, K. Yoshida, S. Nishizaki, T. Fujita, J. G. Bednorz, and F. Lichtenberg: *Nature* **372** (1994) 532 ; A. P. Mackenzie and Y. Maeno, *Rev. Mod. Phys.* **75** 657 (2003).
- [2] I.J. Lee, S.E. Brown, W.G. Clark, M.J. Strouse, M.J. Naughton, W. Kang, and P.M. Chaikin, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 017004 (2002); *Phys. Rev. B* **68**, 092510 (2003).
- [3] H. Tou, Y. Kitaoka, K. Ishida, K. Asayama, N. Kimura, Y. Onuki, E. Yamamoto, Y. Haga, and K. Maezawa *Phys. Rev. Lett.* **80**, 3129 (1998).
- [4] M. Sigrist and K. Ueda: *Rev. Mod. Phys.* **63** (1991) 239.
- [5] 日本物理学会誌 **53** (1998) 911, S. Kashiwaya and Y. Tanaka, *Rep. Prog. Phys.* **63**, 1641 (2000).
- [6] Y. Tanaka and S. Kashiwaya: *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 3451.
- [7] 田仲由喜夫, 高温超伝導の科学 4 章 4 節, 裳華房 立木昌, 藤田敏三 (2000) 224.
- [8] 浅野泰寛, 田仲由喜夫, 柏谷聡: *固体物理* **38** (2003) 125; Y. Asano, Y. Tanaka and S. Kashiwaya, *Phys. Rev. B* **69**, 134501 (2004).
- [9] L. J. Buchholtz and G. Zwicknagl: *Phys. Rev. B* **23** (1981)5788; J. Hara and K. Nagai, *Prog. Theor. Phys.* **74** 1237 (1986); 最近の実験で $^3\text{HeBW}$ 相におけるアンドレーエフ束縛状態が観測されている. Y. Aoki, Y. Wada, M. Saitoh, R. Nomura, Y. Okuda, Y. Nagato, M. Yamamoto, S. Higashitani, and K. Nagai, *Phys. Rev. Lett.* Vol.95, 075301 (2005).
- [10] C. R. Hu: *Phys. Rev. Lett.* **72** (1994) 1526; M. Matsumoto and H. Shiba: *J. Phys. Soc. Jpn.* **64** (1995) 1703. 常伝導体あるいは超伝導体との接合における状態密度の計算は Y. Tanaka and S. Kashiwaya: *Phys. Rev. B* **53** (1996) 9371, に書かれている。

- [11] Y. Tanaka and S. Kashiwaya: Phys. Rev. B **53** (1996) R11957; Phys. Rev. B **56** (1997) 892; Y. S. Barash, H. Burkhardt, and D. Rainer: Phys. Rev. Lett. **77** (1996) 4070.
- [12] G. Testa, A. Monaco, E. Esposito, E. Sarnelli, D.J. Kang, S.H. Mennema, E.J. Tarte, and M.G. Blamie, Appl. Phys. Lett., **85** (2004) 1202; G. Testa, E. Sarnelli, A. Monaco, E. Esposito, M. Ejrnaes, D.-J. Kang, S. H. Mennema, E. J. Tarte, and M. G. Blamire, Phys. Rev. B **71** (2005) 134520.
- [13] Y. Tanaka, Y.V. Nazarov and S. Kashiwaya, Phys. Rev. Lett. **90**, 167003 (2003); Y. Tanaka, Y.V. Nazarov, A. A. Golubov and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **69** 144519 (2004).
- [14] Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **70**, 012507 (2004).
- [15] Y. Tanaka, S. Kashiwaya and T. Yokoyama, Phys. Rev. B **71**, 094513 (2005). 3.4 でのケルディッシュ成分の詳しい議論はこの論文の IIC を参照.
- [16] A. F. Andreev: Zh. Eksp. Theor. Fiz, **46** (1964) 1823 [Sov. Phys. JETP **19** (1964) 1228].
- [17] G. E. Blonder, M. Tinkham and T. M. Klapwijk: Phys. Rev. B **25** (1982) 4515.
- [18] C. Bruder, Phys. Rev. B **41** (1990) 4017.
- [19] Z.Q. Mao, K.D. Nelson, R. Jin, Y. Liu, and Y. Maeno, Phys. Rev. Lett. **87**, 037003 (2001); M. Kawamura, H. Yaguchi, N. Kikugawa, Y. Maeno, H. Takayanagi, J. Phys. Soc. Jpn. **74** 531 (2005).
- [20] P. M. C. Rourke, *et al*, Phys. Rev. Lett. **94**, 107005 (2005).
- [21] Y. Nagato and K. Nagai, Phys. Rev. B **51** 16254 (1995); Y. Tanuma, Y. Tanaka and S. Kashiwaya Phys. Rev. B **64**, 214510 (2001). 界面でペアポテンシャルが削られるために $eV \sim \Delta_0$ あたりの微分コンダクタンスの構造は変化がみられるが, MARS の有無は変更を受けない.
- [22] 準古典近似を用いて超伝導不均一系を議論した論文としては, Y. Nagato, K. Nagai, and J. Hara: J. Low. Temp. Phys., **93**, 33 (1993); M. Matsumoto and H. Shiba: J. Phys. Soc. Jpn., **64**, (1995) 3384; S. Higashitani, J. Phys. Soc. Jpn. **66**, 2556 (1997), Y. Ohhashi, J. Phys. Soc. Jpn. **65**, 823 (1996) などがある.
- [23] ケルディッシュグリーン関数を用いた超伝導の輸送現象の教科書として N. B. Kopnin, *Theory of Nonequilibrium Superconductivity*, Clarendon Press, Oxford, (2001), を参考にした.
- [24] G. M. Eliashberg, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **61**, 1254 [Sov. Phys. JETP **34** 668 (1972)]; A. I. Larkin and Yu. V. Ovchinnikov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **73** 299 [Sov. Phys. JETP **46** 155 (1977)]; A.F. Volkov, A.V. Zaitsev and T.M. Klapwijk, Physica C **210** 21 (1993).
- [25] G. Eilenberger, Z.Phys. **214** 195 (1968);

- [26] K.D. Usadel Phys. Rev. Lett. **25** 507 (1970).
- [27] M.Yu. Kupriyanov and V. F. Lukichev, Zh. Exp. Teor. Fiz. **94** 139 (1988)[Sov. Phys. JETP **67** 1163 (1988)]
- [28] Yu. V. Nazarov, Superlatt. Microstruct. **25** 1221 (1999), cond-mat/9811155.
- [29] p_x 波が劇的な性質を持つことは、表面の問題でも知られている。 p_x 波のペアポテンシャルの表面近傍での空間依存性が表面での散乱の程度を変化させたとき、(運動量を保存する平坦な界面の散乱の場合からまったく拡散的な場合まで散乱パラメータを変化させたとき) 変わらないことが知られている。これは p_x 波は入射電子が反射されてくるとき必ず入射波の角度と無関係に一定の符号(この場合は反対の符号)を持つということと関係している。Y. Nagato, M. Yamamoto and K. Nagai, J. Low Temp. Phys. **110** 1135 (1998).
- [30] H. Kashiwaya, I. Kurosawa, S. Kashiwaya, A. Sawa and Y. Tanaka Phys. Rev. B **68** 054527 (2003); I. Asulin, A. Sharoni, O. Yulli, G. Koren, and O. Millo, Phys. Rev. Lett. **93**, 157001 (2004).
- [31] T. Löfwander, Phys. Rev. B **70**, 094518 (2004).